



Aufgabenblatt 9

Kurzfragen

- Wie sind kgV und ggT definiert?
- Wie funktioniert der (**erweiterte**) **Euklidische Algorithmus**?

Aufgabe 9.1 (Teilbarkeit & ggT)

(2+2+2+2=8 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussagen:

- Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\text{ggT}(4n^2 + 1, 2n + 1) = 1$.
- Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\text{ggT}(n^2 - n + 1, n + 1) \in \{1, 3\}$.
- Seien F_n die Fibonacci-Zahlen. Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\text{ggT}(F_{n+1}, F_n) = 1$.
- Seien $a, b, c \in \mathbb{N}$ mit $a \mid bc$ und $\text{ggT}(a, b) = 1$, dann gilt $a \mid c$.

Hinweis: Für die Aufgabenteile (a),(b) und (c) kann Lemma 3.4 hilfreich sein.

Aufgabe 9.2 (Euklidischer Algorithmus)

(2+2=4 Punkte)

Bestimmen Sie dem Euklidischen Algorithmus:

- $\text{ggT}(8931, 2637)$.
- $\text{ggT}(7164, 2014)$.

Aufgabe 9.3 (Euklidischer Algorithmus II)

(2+2=4 Punkte)

Bestimmen Sie mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus:

- $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $1 = x \cdot 187 + y \cdot 32$.
- $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $6 = x \cdot 294 + y \cdot 90$.