Dr. Tobias Moede
t.moede@tu-bs.de
Universitätsplatz 2, Raum 515
0531 391-7516

Technische Universität Braunschweig

Aufgabenblatt 2

Kurzfragen

- Was ist eine **Äquivalenzrelation/partielle Ordnung/Ordnung** auf einer Menge A?

Aufgabe 2.1 *(Äquivalenzrelationen)* *(4 Punkte)*

Sei $A = \{1, 2, 3\}$. Bestimmen Sie alle Äquivalenzrelationen auf A als Teilmengen von A^2.

Aufgabe 2.2 *(Äquivalenzrelationen und Partitionen)* *(3+1=4 Punkte)*

(a) Sei A eine Menge und P eine Partition von A, d.h. für ein $n \in \mathbb{N}$ ist $P = \{A_1, \ldots, A_n\}$, wobei die A_i, $i = 1, \ldots, n$, nichtleere, paarweise disjunkte Teilmengen von A sind, so dass $A = A_1 \cup\!\!\!\cdot \ldots \cup\!\!\!\cdot\, A_n$ gilt. Zeigen Sie, dass

$$R_{A,P} = \{(a, b) \in A^2 : \exists M \in P : a, b \in M\}$$

eine Äquivalenzrelation auf A ist.

(b) Beschreiben Sie die in (a) definierte Äquivalenzrelation $R_{A,P}$ als Teilmenge $R_{A,P} \subseteq A^2$, für den Fall

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad \text{und} \quad P = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5\}, \{6\}\}.$$

Aufgabe 2.3 *(Natürliche Zahlen & partielle Ordnungen)* *(1+1+2=4 Punkte)*

Zeigen oder widerlegen Sie für jede der folgenden Relationen R_1, R_2 und R_3 auf $\mathbb{N}$, dass es sich um partielle Ordnungen handelt:

(a) $R_1 = \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 : b \leq a\}$

(b) $R_2 = \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 : ab \leq 2(a + b)\}$

(c) $R_3 = \{(a, b) \in \mathbb{N}^2 : \exists k \in \mathbb{N}_0 : b = 2^k a\}$

Aufgabe 2.4 *(Potenzmengen & (partielle) Ordnungen)* *(2+2=4 Punkte)*

Sei $R = \{(A, B) \in \mathcal{P}(\mathbb{N})^2 : A \subseteq B\}$ eine Relation auf $\mathcal{P}(\mathbb{N})$, der Potenzmenge von $\mathbb{N}$. Zeigen oder widerlegen Sie:

(a) R ist eine partielle Ordnung auf $\mathcal{P}(\mathbb{N})$

(b) R ist eine Ordnung auf $\mathcal{P}(\mathbb{N})$

Abgabe der Hausaufgaben bis Donnerstag, den **08. November 2018, 11:00 Uhr,**
in die gekennzeichneten Briefkästen hinter Raum PK 4.3.
Sie benötigen mindestens 50% der Hausaufgabenpunkte für die Studienleistung.