

# Mathematische Methoden in der Kommunikationstheorie (Sommersemester 2018)

Dr. Tobias Moede  
t.moede@tu-bs.de

Universitätsplatz 2, Raum 515  
0531 391-7516

Alexander Cant, M.Sc.  
a.cant@tu-bs.de

Universitätsplatz 2, Raum 515  
0531 391-7516



## Übungsblatt 11 (Abgabe: 03.07.2018 in der VL)

### Aufgabe 1. (Fourier-Reihen)

Zeigen Sie, dass für jede Schwartz-Funktion  $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ , die außerhalb von  $[0, 1]^n$  verschwindet,

$$f(x) = \sum_{m \in \mathbb{Z}^n} \hat{f}(m) e^{2\pi i \langle m, x \rangle}$$

für alle  $x \in [0, 1]^n$  gilt.

### Aufgabe 2. (Diskrete Fourier-Transformation auf $C_4$ )

Sei  $N = 4$  und sei  $f \in S_4$  gegeben durch

$$f(0) = 1, f(1) = 2 - i, f(2) = -i, f(3) = -1 + 2i.$$

Bestimmen Sie  $F_4(f) \in S_4$ .

### Aufgabe 3. (Gaußsche Summen)

Sei  $N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 2$  und sei

$$G(N) = \sum_{k=0}^{N-1} e^{2\pi i k^2 / N}.$$

Zeigen Sie:

- Ist  $N = p$  eine ungerade Primzahl, dann gilt

$$G(p) = \sum_{k=0}^{p-1} \left( \frac{k}{p} \right) e^{2\pi i k / p}.$$

- Sind  $p, q$  verschiedene Primzahlen, dann gilt

$$G(p)G(q) \left( \frac{p}{q} \right) \left( \frac{q}{p} \right) = G(pq).$$

**Hinweis:** Beachten Sie, dass es sich bei den  $\left( \frac{\cdot}{p} \right)$  Termen um Legendre-Symbole handelt!

### Aufgabe 4. (Charaktere zyklischer Gruppen)

Sei  $N \in \mathbb{N}$ ,  $N \geq 2$ . Bestimmen Sie für eine zyklische Gruppe  $C_N$  explizit die Gruppe der Charaktere  $\hat{C}_N$ , d.h. alle  $\varphi \in \text{Hom}(C_N, \mathbb{C}^*)$ .