



## 11. Übungsblatt

Die ersten 3 Aufgaben sind Online-Aufgaben. Beantworten Sie die Aufgaben direkt per Okuson. Sie finden diese Aufgaben auf der Okuson-Seite zur Veranstaltung *Lineare Algebra I*.

<http://okuson2.math.nat.tu-bs.de:8000/index.html>

### Aufgabe 11.4

(3+3=6 Punkte)

Sei  $V = \mathbb{Z}_3^4$  und sei  $\mathcal{B}$  die Standardbasis von  $V$ . Sei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{Z}_3^{4 \times 4}$$

und sei  $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{K}, (v, w) \mapsto v_B A w_B^T$ , die durch  $A$  definierte Bilinearform von  $V$ .

- (a) Prüfen Sie, ob  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  nicht-ausgeartet ist.
- (b) Es sei  $v_{\mathcal{B}} = (1, 0, 2, 2) \in V$ . Bestimmen Sie eine Basis von  $v_{\mathcal{B}}^{\perp}$ .

### Aufgabe 11.5

(3+3=6 Punkte)

- (a) Betrachten Sie den Vektorraum  $V = \mathbb{R}^3$  mit Basis  $\mathcal{B} = \{(3, 0, 4), (7, 0, 1), (10, 4, 5)\}$ . Nutzen Sie den Satz von Schmidt (Satz 8.31) und bestimmen Sie ausgehend von der Basis  $\mathcal{B}$  eine Orthonormalbasis von  $V$ .
- (b) Betrachten Sie die Menge  $U = \{(1, 1, 0), (1, -1, 1)\} \subseteq V = \mathbb{R}^3$ . Bestimmen Sie ausgehend von  $U$  mit dem Satz von Schmidt (Satz 8.31) eine Orthonormalbasis von  $\langle U \rangle \leq V$ . Ergänzen Sie diese Basis zu einer Orthonormalbasis von  $V$ .