



10. Übungsblatt

Die ersten 3 Aufgaben sind Online-Aufgaben. Beantworten Sie die Aufgaben direkt per Okuson. Sie finden diese Aufgaben auf der Okuson-Seite zur Veranstaltung *Lineare Algebra I*.

<http://okuson2.math.nat.tu-bs.de:8000/index.html>

Aufgabe 10.4

(2+1+3=6 Punkte)

Sei \mathbb{K} ein Körper, $V = \mathbb{K}^n$ ein Vektorraum und seien $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{K}$. Wir definieren die Bilinearform

$$\langle , \rangle : V \times V \rightarrow \mathbb{K}, \quad (v, w) \mapsto \sum_{i=1}^n a_i v_i w_i,$$

wobei $v = (v_1, \dots, v_n)$ und $w = (w_1, \dots, w_n)$.

- (a) Zeigen Sie, dass \langle , \rangle eine Bilinearform ist.
- (b) Zeigen Sie, dass \langle , \rangle symmetrisch ist.
- (c) Bestimmen Sie alle $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{K}$, sodass \langle , \rangle nicht-ausgeartet ist.

Aufgabe 10.5

(1+1+2+2=6 Punkte)

Sei \mathbb{K} ein Körper, $V = \mathbb{K}^n$ ein Vektorraum und \langle , \rangle eine Bilinearform von V .

- (a) Sei $X \subseteq V$. Zeigen Sie: Dann ist X^\perp ein Teilraum von V .
- (b) Zeigen Sie: Für jedes $\kappa \in \mathbb{K} \setminus \{0\}$ und jedes $v \in V$ gilt $v^\perp = (\kappa v)^\perp$.
- (c) Zeigen Sie: Wenn $X \subseteq Y$, dann gilt $Y^\perp \subseteq X^\perp$.
- (d) Sei $X \subseteq V$. Dann gilt $\langle X \rangle^\perp = X^\perp$.