



## 9. Übungsblatt

Die ersten 3 Aufgaben sind Online-Aufgaben. Beantworten Sie die Aufgaben direkt per Okuson. Sie finden diese Aufgaben auf der Okuson-Seite zur Veranstaltung *Lineare Algebra I*.

<http://okuson2.math.nat.tu-bs.de:8000/index.html>

### Aufgabe 9.4

(3+3=6 Punkte)

Sei  $\mathbb{K}$  ein Körper,  $V$  ein  $\mathbb{K}$ -Vektorraum und  $M \in \mathbb{K}^{n \times n}$  eine Matrix. Beweisen Sie die nachstehenden Aussagen:

- (a) Hat  $M$  den Eigenwert  $\kappa$ , dann hat  $M^2$  den Eigenwert  $\kappa^2$ .
- (b) Sei  $f : V \rightarrow V$  eine lineare Abbildung mit  $f^2 = f$ . Dann hat  $f$  höchstens die Eigenwerte 0 und 1.

### Aufgabe 9.5

(6 Punkte)

Sei  $V = \mathbb{R}^3$  mit Basis  $\{v_1, v_2, v_3\}$ . Betrachten Sie die lineare Abbildung  $f : V \rightarrow V$ , die wie folgt definiert ist:

$$\begin{aligned}f(v_1) &= \frac{5}{2}v_1 + 2v_2 + \frac{1}{2}v_3, \\f(v_2) &= 5v_1 + 4v_2 - 2v_3, \\f(v_3) &= -\frac{7}{2}v_1 - 2v_2 - \frac{3}{2}v_3.\end{aligned}$$

Bestimmen Sie alle Eigenwerte von  $f$  und bestimmen Sie für jeden Eigenwert den zugehörigen Eigenraum.