Lineare Algebra I

Wintersemester 2017/18

Prof. Dr. B. Eick
beick@tu-bs.de
Universitätsplatz 2, Raum 520
0531 391-7525

M. Sc. Morten Wesche
m.wesche@tu-bs.de
Universitätsplatz 2, Raum 516
0531 391-7524

Technische Universität Braunschweig

6. Übungsblatt

Die ersten 3 Aufgaben sind Online-Aufgaben. Beantworten Sie die Aufgaben direkt per Okuson.
Sie finden diese Aufgaben auf der Okuson-Seite zur Veranstaltung *Lineare Algebra I*.

http://okuson2.math.nat.tu-bs.de:8000/index.html

Aufgabe 6.4

(3+3=6 Punkte)

Es sei $f : V \to W$ eine lineare Abbildung. Der Kern von f ist definiert als $\mathrm{Kern}(f) = \{v \in V \mid f(v) = 0\}$. Zeigen Sie:

(a) $\mathrm{Kern}(f)$ ist ein Unterraum von V.

(b) f ist genau dann injektiv, wenn $\mathrm{Kern}(f) = \{0\}$ ist.

Aufgabe 6.5

(2+2+2=6 Punkte)

(a) Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 5 & -4 & -2 \\ 11 & -9 & -7 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3\times 3}.$$

Bestimmen Sie die Diagonalform A' der Matrix A und bestimmen Sie ebenfalls Matrizen P und Q, sodass $A' = PAQ$ gilt.

(b) Sei $\mathcal{E}$ die Standardbasis von $V = \mathbb{Q}^3$, also $\mathcal{E} = \{e_1, e_2, e_3\}$ mit $e_1 = (1,0,0)$, $e_2 = (0,1,0)$ und $e_3 = (0,0,1)$. Für jedes $t \in \mathbb{Q}$ sei eine lineare Abbildung $f_t : V \to V$ definiert durch

$$f_t : \begin{cases} (1,1,-1) & \mapsto (-1,2,-4-t), \\ (0,1,-1) & \mapsto (1,2,-1) \\ (0,1,1) & \mapsto (7,2,2t+7). \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix $D_{\mathcal{E},\mathcal{E}}(f_t)$.

(c) Untersuchen Sie die Funktion f_t aus dem vorherigen Aufgabenteil auf Injektivität und Surjektivität.

Abgabe der Hausaufgaben bis Montag, den **11. Dezember 2017, 13:00 Uhr,**
im Holzbriefkasten hinter PK 4.3.