Prof. Dr. B. Eick
beick@tu-bs.de
Universitätsplatz 2, Raum 520
0531 391-7525

M. Sc. Morten Wesche
m.wesche@tu-bs.de
Universitätsplatz 2, Raum 516
0531 391-7524

Technische Universität Braunschweig

5. Übungsblatt

Die ersten 3 Aufgaben sind Online-Aufgaben. Beantworten Sie die Aufgaben direkt per Okuson.
Sie finden diese Aufgaben auf der Okuson-Seite zur Veranstaltung *Lineare Algebra I*.

http://okuson2.math.nat.tu-bs.de:8000/index.html

Aufgabe 5.4 *(3+3=6 Punkte)*

(a) Sei $t \in \mathbb{Q}$ und seien

$$A = \begin{pmatrix} t & 0 & 1 \\ 0 & 1-t & t \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3\times 3} \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 2t \\ t \\ 2t \end{pmatrix} \in (\mathbb{Q}^3)^T.$$

Bestimmen Sie $\mathrm{L}(A, b)$ mit Hilfe des erweiterten Gauß-Algorithmus.

(b) Seien x_1, x_2, x_3, x_4 Unbestimmte in $\mathbb{Z}_5$.
Betrachten Sie die nachstehenden Gleichungen (über $\mathbb{Z}_5$):

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 4x_4 & = & 1, \\ 4x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 4, \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 4. \end{array}$$

Bestimmen Sie eine Matrix A' und einen Vektor b' über $\mathbb{Z}_5$, sodass $A'x = b'$ dem genannten Gleichungssystem entspricht.
Bestimmen Sie $\mathrm{L}(A', b')$ mit Hilfe des erweiterten Gauß-Algorithmus.

Aufgabe 5.5 *(6 Punkte)*

Beweisen Sie Satz 4.29 aus der Vorlesung, indem Sie für jeden Typ von elementaren Spaltenumformungen explizit eine Matrix Q und ihre inverse Matrix Q^{-1} angeben.

Satz 4.29:
Sei $A \in \mathbb{K}^{m\times n}$ und sei $A' \in \mathbb{K}^{m\times n}$ eine Matrix, die aus A durch eine elementare Spaltenumformung hervorgeht. Dann gilt $A' = AQ$ für eine invertierbare Matrix $Q \in \mathbb{K}^{n\times n}$.

Abgabe der Hausaufgaben bis Montag, den **4. Dezember 2017, 13:00 Uhr,**
im Holzbriefkasten hinter PK 4.3.