Prof. Dr. B. Eick
beick@tu-bs.de
Universitätsplatz 2, Raum 520
0531 391-7525

M. Sc. Morten Wesche
m.wesche@tu-bs.de
Universitätsplatz 2, Raum 516
0531 391-7524

Technische Universität Braunschweig

3. Übungsblatt

Die ersten 3 Aufgaben sind Online-Aufgaben. Beantworten Sie die Aufgaben direkt per Okuson.
Sie finden diese Aufgaben auf der Okuson-Seite zur Veranstaltung *Lineare Algebra I*.

http://okuson2.math.nat.tu-bs.de:8000/index.html

Aufgabe 3.4 *(2+2+2=6 Punkte)*

Es sei $\mathbb{K}$ ein Körper und V ein $\mathbb{K}$-Vektorraum. Sei $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ eine Basis von V.

(a) Sei $\mathbb{K} = \mathbb{Q}$. Zeigen Sie, dass dann auch die Menge $C = \{c_1, c_2, c_3\}$ eine Basis ist, wobei gilt:

$$\begin{aligned} c_1 &:= 3v_1 + v_2 + 2v_3, \\ c_2 &:= v_1 + v_2 + v_3 \quad \text{und} \\ c_3 &:= v_1 + v_2 + 2v_3. \end{aligned}$$

(b) Gilt die Aussage aus (a) auch für die Körper $\mathbb{K} = \mathbb{Z}_2$ und $\mathbb{K} = \mathbb{Z}_3$?
Hinweis: Sie müssen die Koeffizienten modulo 2 beziehungsweise 3 betrachten.

(c) Es sei wieder $\mathbb{K} = \mathbb{Q}$. Ferner sei $U = \langle c_1, c_2 \rangle$. Bestimmen Sie eine Basis des Faktorraums V/U und geben Sie die Dimension von V/U an.

Aufgabe 3.5 *(3+3=6 Punkte)*

Sei $V = \mathbb{Q}^3$ und sei $t \in \mathbb{Q}$. Sei $U = \langle (1, 2, t+2), (-1, t+1, t), (0, t, 1) \rangle \leqslant V$.

(a) Bestimmen Sie (in Abhängigkeit von t) die Dimension von U und geben Sie eine Basis von U an.

(b) Geben Sie (in Abhängigkeit von t) eine Basis des Faktorraums V/U an und bestimmen Sie die Dimension von V/U.

Abgabe der Hausaufgaben bis Montag, den **20. November 2017, 13:00 Uhr,**
im Holzbriefkasten hinter PK 4.3.