

Wintersemester 2010/2011
Vorlesung: Mo 09:45-11:15
Übung: Do 09:45-11:15 (zweiwöchentlich)

Prof. Dr. B. Eick
M. Neumann-Brosig

Übungsaufgaben zur Vorlesung Lie-Algebren

Blatt 3

Abgabe am 06. Dezember in der Vorlesung
Termin der dritten Übung: 09. Dezember

1. Bestimmen Sie eine Basis von $sl(n, \mathbb{F})$ und die zugehörigen Strukturkonstanten. Benutzen Sie die Strukturkonstanten, um zu zeigen, daß $sl(n, \mathbb{C})$ einfach ist für $n \geq 2$.
2. Sei L eine beliebige Lie Algebra. Zeigen Sie, daß L genau dann auflösbar ist, wenn $ad(L)$ auflösbar ist. Was passiert, wenn 'auflösbar' durch 'nilpotent' ersetzt wird?
3. Sei L eine beliebige Lie Algebra. Zeigen Sie, daß L genau dann halbeinfach ist, wenn es kein nicht-triviales abelsches Ideal in L gibt.
4. Seien L und I zwei Lie Algebren über dem gleichen Grundkörper und sei $\theta : L \rightarrow Der(I)$ ein Lie Algebren Homomorphismus. Zeigen Sie, daß dann der Vektorraum $L \oplus I$ zu einer Lie Algebra wird via

$$[(l, a), (k, b)] = ([l, k], [a, b] + \theta(l)b - \theta(k)a).$$