

Übungsaufgaben zur Vorlesung Lie-Algebren

Blatt 1

Abgabe am 08. November in der Vorlesung

Termin der ersten Übung: 11. November

1. Das Vektorprodukt $\times : \mathbb{R}^3 \otimes \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ist definiert durch

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 \\ x_3 y_1 - x_1 y_3 \\ x_1 y_2 - x_2 y_1 \end{pmatrix}.$$

Weisen Sie nach, dass (\mathbb{R}^3, \times) eine Lie-Algebra ist, in dem Sie Bilinearität, Antikommutativität und die Jacobi-Identität zeigen.

2. Berechnen Sie $Z(L)$ für $L = sl(2, F)$. Hinweis: Die Lösung ist abhängig von der Charakteristik von F .
3. Sei L eine Lie-Algebra. Beweisen Sie, dass die Lie-Klammer genau dann assoziativ ist, wenn für alle $a, b \in L$ gilt $[a, b] \in Z(L)$.