Übungsblatt 4

Darstellungstheorie, Dr. Max Horn, WS 2010

Abgabe am Montag, den 29.11. nach der Vorlesung

Aufgabe 1. Es seien A eine Algebra und V ein irreduzibler A-Modul. Zeigen Sie, dass A_V halbeinfach ist.

Aufgabe 2. Es seien G eine endliche Gruppe, H eine Untergruppe von G und F ein endlicher Körper mit zu $[G : H]$ teilerfremder Charakteristik. Weiter sei V ein FG-Modul mit Untermodul W. Weiter nehmen wir an, dass ein FH-Untermodul U_0 von V existiert mit $V = W \oplus U_0$ als FH-Moduln. Zeigen Sie, es existiert ein FG-Untermodul $U \subseteq V$ mit $V = W \oplus U$.

Hinweis: Dies ist eine Verallgemeinerung vom Satz von Maschke und man zeigt diese Verallgemeinerung analog.

Aufgabe 3. Es seien G eine endliche Gruppe und F ein Körper mit $\mathrm{char}(F) = p \in \mathbb{P}$ und $p \mid |G|$. Zeigen Sie, dass FG nicht halbeinfach ist.

Hinweis: $(\sum_{g\in G} g)^2 = 0$.

Jede Aufgabe hat 4 Punkte.